SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Desigualdades e intervalos

Docente: Phflucker H. Coz

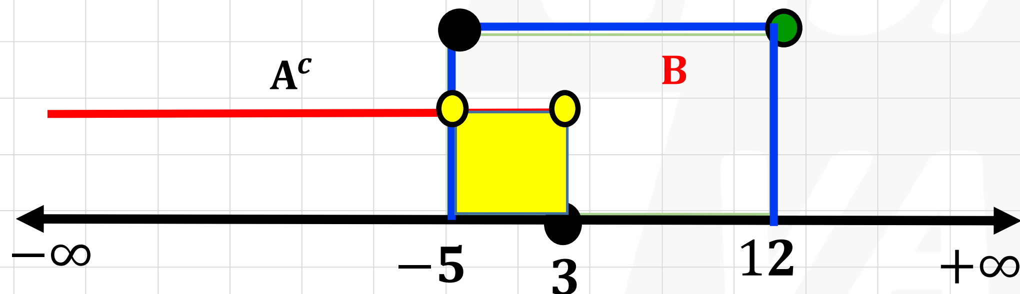
1.- Sean los intervalos $A = \langle 3; +\infty\rangle$, $B = [-5; 12]$, $C = [-1; 6\rangle$, si $(A^C \cap B) \cup C = [a; b\rangle$ entonces el valor de $a + b$ es

A) 1   B) 2   C) − 2   D) − 1   E) 0

Resolución

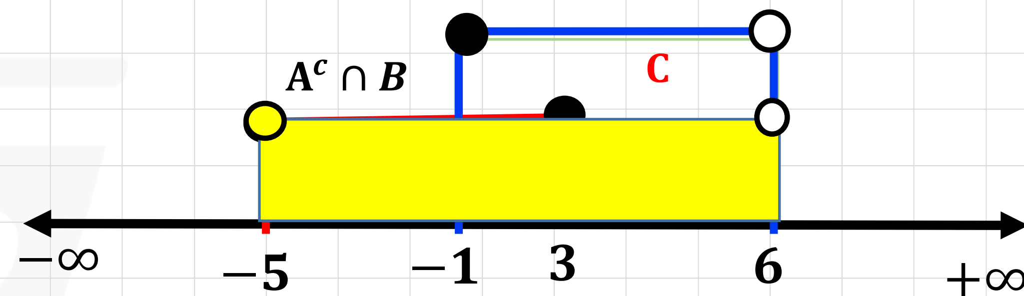
Tenemos $A = \langle 3; +\infty\rangle \rightarrow A^c = \langle -\infty\ ;\ 3]$

Hallamos: $A^c \cap B$



Luego: $A^c \cap B = [-5; 3]$

Hallamos: $(A^c \cap B) \cup C$



Luego: $(A^c \cap B) \cup C = [-5; 6\rangle = [a; b\rangle$

De donde: $a = -5$; $b = 6$

$\therefore\ \boldsymbol{a + b = 1}$

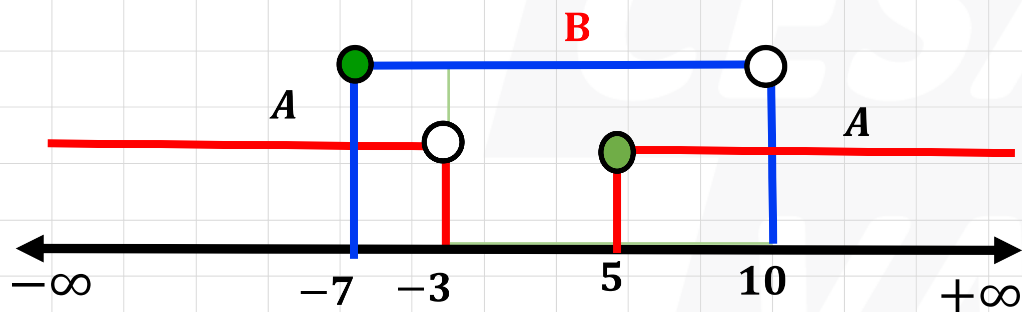
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2.- Sean los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x < -3 \ \vee \ x \geq 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x \geq -7 \ \wedge \ x < 10\}$ calcule la suma de los elementos enteros del conjunto $B - A^C$

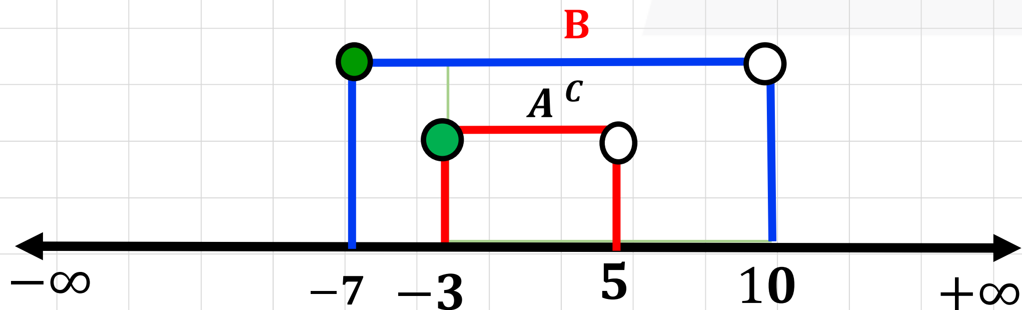
A) 15 B) 20 C) 13 D) 12 E) 22

Resolución

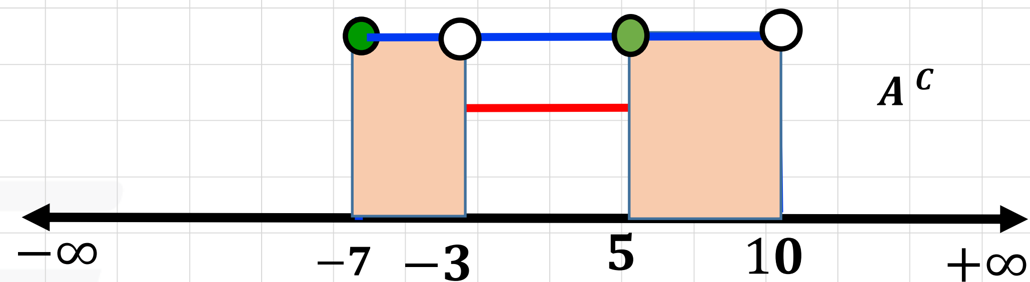
Tenemos los intervalos: A ; B



Hallamos: $B - A^C$



Luego: $\mathbf{B} - A^c$



$$\mathbf{B} - A^c = [-7; -3\rangle \cup [5\ ;\ 10\rangle$$

La suma de los elementos enteros es:

$$-7 + -6 + -5 + -4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = \mathbf{13}$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

3.- Sean los conjuntos

$A = \{2x + 3 \in R \,/\, 5 < 3x + 11 \leq 17\}$,

$B = \{5 - x \in Z \,/\, x \geq 7 \vee 2x < 1\}$

determine el cardinal del conjunto

$C = \{x \,/\, x \in A \cap B\}$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

Resolución

* A: $2x - 3$

$5 < 3x + 11 \leq 17$

resto 11: $-6 < 3x \leq 6$

entre 3: $-2 < x \leq 2$

por 2: $-4 < 2x \leq 4$

sumo 3: $-1 < 2x + 3 \leq 7$

$\Rightarrow A = \langle -1; 7]$

* B: $(5 - x) \in \mathbb{Z}$ $x \geq 5 \vee x < \frac{1}{2}$

por −1: $-x \leq -5 \vee -x > -\frac{1}{2}$

sumo 5: $5 - x \leq 0 \vee 5 - x > \frac{9}{2}$

en $\mathbb{Z}$: $B = \{\ldots; -3; -2; -1; 0;\ 5; 6; 7; \ldots\}$

Luego

$A \cap B = \{0; 5; 6; 7\}$

elementos = 4

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

4.- Si se cumple lo siguiente

$$5 \leq x \leq 10 \; ; \quad -2 \leq y \leq -1$$

determine la variación de la siguiente expresión

$$F(x; y) = xy - 3x + 2y$$

A) $[12; 29]$ B) $[10;29\rangle$ C) $[-22; 54]$
D) $[12;29\rangle$ E) $\langle 12; 19\rangle$

Resolución

$F(x;y) = xy - 3x + 2y - 6 + 6$

$F(x;y) = x(y-3) + 2(y-3) + 6$

$F(x;y) = (y-3)(x+2) + 6$

Del dato

$5 \leq x \leq 10 \xrightarrow{\text{sumo } 2} 7 \leq x+2 \leq 12$

$-2 \leq y \leq -1 \xrightarrow{\text{resto } 3} -5 \leq y-3 \leq -4$

por -1: $5 \geq -(y-3) \geq 4$

Ordenando $7 \leq x+2 \leq 12$

$4 \leq -(y-3) \leq 5$

$28 \leq -(y-3)(x+2) \leq 60$

por -1: $-28 \geq (y-3)(x+2) \geq -60$

Sumo 6: $-22 \geq (y-3)(x+2) + 6 \geq -54$

$\therefore -22 \geq F \geq -54 \quad \therefore F \in [-54; -22]$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

5.- Determine el intervalo de variación del polinomio $P(x) = x^4 - 10x^2 + 37$ definida $\forall x \in [-3; -2]$.

13

A) [0; 25] B) [−13; 4] C) [−12; 3]
D) [−12; 4] E) [−13; 3]

Resolución

$P_{(x)} = (x^4 - 10x^2 + 13 + 12) - 12$

$P_{(x)} = (x^2 - 5)^2 - 12 \quad ; \quad -3 \leq x \leq -2$

$\varepsilon^2: \; 9 \geq x^2 \geq 4$

resto 5 : $4 \geq x^2 - 5 \geq -1$

$-1 \leq x^2 - 5 \leq 4$

$\varepsilon^2: \; 0 \leq (x^2-5)^2 \leq 16$

resto 12 : $-12 \leq \underbrace{(x^2-5)^2 - 12}_{P_{(x)}} \leq 4$

$P_{(x)} \in [-12; 4]$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

6.- Dado el conjunto

$$M=\left\{x\in\mathbb{R}\ /\ 5\leq\frac{8x+5}{2x-1}\leq 13\right\}$$

si $M=[a;b]$, calcule $(a+1)^b$

A) 32 B) 1/32 C) 81 D) 1/16 E) 16

Resolución

$$5-4\leq\frac{8x+5}{2x-1}-4\leq 13-4$$

$$1\leq\frac{9}{2x-1}\leq 9$$

invierto: $1\geq\frac{2x-1}{9}\geq\frac{1}{9}$

por 9: $9\geq 2x-1\geq 1$

sumo 1: $10\geq 2x\geq 2$

entre 2: $5\geq x\geq 1$

$\therefore M=[1;5]$ ($a=1$, $b=5$)

Rta $(1+1)^5=2^5=32$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

7.- Si $x \in [-1; 2]$ entonces la variación de

$$f(x) = \frac{3x^3 - 5}{2x^3 + 3}$$

es

A) $[-8;\ -1]$ B) $[-4;\ 2]$ C) $[-3;\ 4]$

D) $[-6;\ 2]$ E) $[-8;\ 1]$

Resolución

$$f(x) = \frac{3x^3 - 5}{2x^3 + 3} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$$

$$f(x) = \frac{-19}{2(2x^3+3)} + \frac{3}{2}$$

Dato: $-1 \leq x \leq 2$

$()^3$: $-1 \leq x^3 \leq 8$

por 2: $-2 \leq 2x^3 \leq 16$

sumo 3: $1 \leq 2x^3+3 \leq 19$

por 2: $2 \leq 2(2x^3+3) \leq 38$

invierto: $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{2(2x^3+3)} \geq \frac{1}{38}$

por -19: $-\frac{19}{2} \leq \frac{-19}{2(2x^3+3)} \leq -\frac{1}{2}$

sumo $\frac{3}{2}$: $-8 \leq f(x) \leq 1$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

8. Si $k(a)=\dfrac{6a}{a^2-a+1}$ para todo $a<0$

indique la variación de $k(a)$.

A) [0; 25] B) [−2;+∞⟩ C) [− 2; 6]
D) ⟨−3; 6⟩ E) [−2;0⟩

Resolución

$$K_{(x)}=\frac{6x}{x^2-x+1},\quad x<0$$

$$K_{(x)}=\frac{\frac{6x}{x}}{\frac{x^2}{x}-\frac{x}{x}+\frac{1}{x}}$$

$$K_{(x)}=\frac{6}{x-1+\frac{1}{x}}$$

$$K_{(x)}=\frac{6}{x+\frac{1}{x}-1};\quad x<0$$

s'g': $x+\frac{1}{x}\leq -2$

sumo −1: $x+\frac{1}{x}-1\leq -3$

(−)

invierto: $0>\frac{1}{x+\frac{1}{x}-1}\geq -\frac{1}{3}$

por 6: $0>K_{(x)}\geq -2$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

9.- Se define la expresión matemática

$$k = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 2}\ ; \ \forall\, x > 2$$

Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados.

I. $k \geq 2\sqrt{2} + 1$

II. Si $k \in \mathbb{Z}$, el $Mín(k) = 5$

III. $k \in [2\sqrt{2} + 2; +\infty\rangle$

A) VVV B) FFV C) FFF D) FVV E) VVF

Resolución

$$K = \frac{x(x-2)}{(x-2)} + \frac{2}{x-2}$$

$$K = (x-2) + \frac{2}{x-2} + 2 \ ; \ (x-2) > 0$$

Sea $x - 2 = n$

$$\Rightarrow K = n + \frac{2}{n} + 2 \ ; \ n > 0$$

s'g': $\dfrac{n + \frac{2}{n}}{2} \geq \sqrt{n \cdot \frac{2}{n}}$

$$n + \frac{2}{n} \geq 2\sqrt{2}$$

sumo $n + \frac{2}{n} + 2 \geq 2\sqrt{2} + 2$

$$\therefore K \geq \underbrace{2\sqrt{2} + 2}_{4{,}82\ldots}$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe